

DOCENTE: MARTHA JULIETA MOYA B.

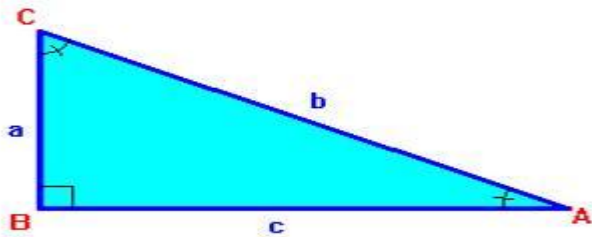
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

OBJETIVO: Encontrar el valor desconocido en una razón trigonométrica presente en una situación problema.

Resolver un **triángulo** consiste en calcular seis elementos: los tres lados y los tres ángulos. ... Si el **triángulo** es **rectángulo** (un ángulo es 90°) basta conocer dos de sus elementos, uno de los cuales debe ser un lado.

Recuerde la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180°

Se llama **razón trigonométrica de un ángulo agudo** a cada uno de los cocientes que se pueden establecer entre los lados de un triángulo rectángulo cualquiera. Las razones trigonométricas fundamentales (seno, coseno y tangente) relacionan los ángulos agudos y los lados de un triángulo rectángulo de la siguiente forma:



$$\begin{aligned}\text{sen } A &= a/b \\ \text{cos } A &= c/b \\ \text{tang } A &= a/c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{sen } C &= c/b \\ \text{cos } C &= a/b \\ \text{tang } C &= c/a\end{aligned}$$

Los lados de un triángulo rectángulo verifican el teorema de Pitágoras $b^2 = a^2 + c^2$

Para hallar los se utilizan las inversas de seno, coseno y tangente de la siguiente forma:

$$A = \arcsen(a/b)$$

$$A = \arccos(c/b)$$

$$A = \arctang(a/c) \quad \text{ó} \quad A = \tan^{-1}(a/c)$$

Utilizando dichas relaciones se pueden calcular los elementos desconocidos a partir de los conocidos.

Se pueden dar dos casos:

1. Se conocen **dos lados del triángulo**:

- A. Un cateto y la hipotenusa
- B. Los dos catetos

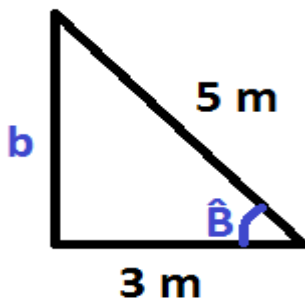
2. Se conoce **un lado y un ángulo agudo del triángulo**.

- A. Un ángulo agudo y un cateto
- B. Un ángulo agudo y la hipotenusa

Como ves, todas las razones trigonométricas relacionan un ángulo con dos lados, es decir, tres variables. Por tanto, a la hora de elegir qué razón utilizar, deberá ser aquella que **sepamos al menos dos de las tres variables**.

Tenemos que ir jugando con estas fórmulas según los datos que nos de el enunciado del problema.

EJ 1. Tenemos un triángulo del que conocemos 2 de sus lados, nos piden calcular el lado b y el ángulo B:



Para calcular el lado b, lo hacemos mediante la fórmula de Pitágoras, ya que en esa fórmula se relacionan los 3 lados y sólo nos queda por conocer 1 un lado.

Del teorema de Pitágoras despejamos el cateto adyacente C

$$b^2 = a^2 - c^2 \quad b = \sqrt{a^2 - c^2} \quad b = \sqrt{5^2 - 3^2} \quad b = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

Para calcular el ángulo B, podemos hacerlo de muchas maneras. Una de ellas es utilizando la razón trigonométrica del seno por ejemplo, ya que conocemos el valor de la hipotenusa y del cateto opuesto.

En realidad podríamos utilizar cualquier razón trigonométrica porque conocemos todos sus lados:

$$\text{sen } \hat{B} = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

Sustituimos valores y resolvemos:

$$\text{sen } \hat{B} = \frac{4}{5}$$

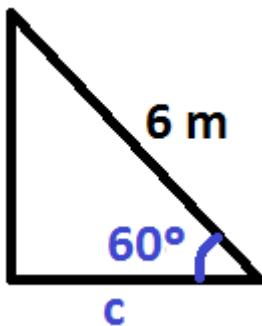
$$\text{sen } \hat{B} = 0,8$$

$$\hat{B} = \text{arc sen } 0,8 = 53,13^\circ$$

Ej2 Vamos a ver otro ejemplo con este triángulo, del que conocemos un ángulo y un lado. Nos piden calcular el lado c

No se puede utilizar la fórmula de Pitágoras porque sólo tengo el dato de un lado. Por tanto, queda utilizar las razones trigonométricas.

Conocemos la hipotenusa y nos están pidiendo el lado adyacente. La razón que relaciona éstos dos lados es la del coseno:



$$\text{cos } \hat{B} = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

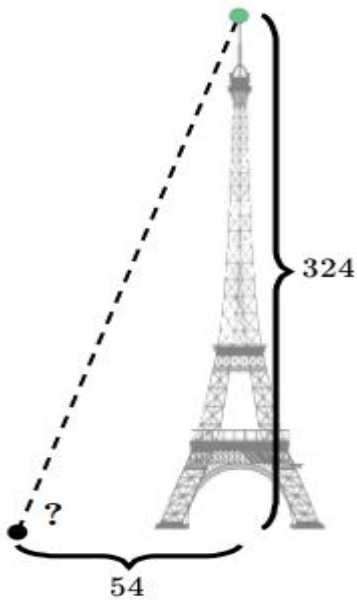
Sustituimos los valores que conocemos y resolvemos:

$$\text{cos } 60 = \frac{c}{6} \quad c = \text{cos } 60 \cdot 6 \quad c = 0,5 \cdot 6 \quad c = 3 \text{ m}$$

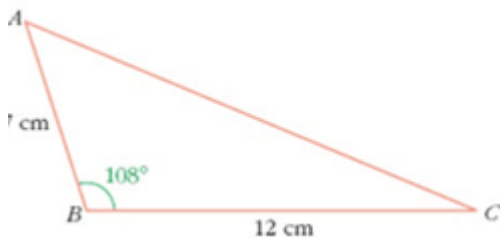
PROBLEMAS

1. Un extraterrestre diminuto pero horrible está parado en la punta de la Torre Eiffel (que mide 324 metros de alto) y ¡amenaza con destruir la ciudad de Paris!. Un agente de los Hombres de Negro está parado a nivel del piso, a 54 metros de distancia a la torre, y apunta su pistola láser al extraterrestre.

A qué ángulo, en grados, debe el agente disparar su pistola láser?
Redondea tu respuesta final a la décima más cercana



2. Bernardo ve desde su casa el castillo y la abadía. Conoce las distancias a ambos lugares, pues ha hecho el camino a pie muchas veces; quiere averiguar la distancia del castillo a la abadía, para ello debe previamente medir el ángulo CBA, trace un ángulo recto formando un triángulo rectángulo para hallar la hipotenusa



3. Para determinar la altura de un poste nos hemos alejado 7 m de su base y hemos medido el ángulo que forma la visual al punto más alto con la horizontal, obteniendo un valor de 40° . ¿Cuánto mide el poste?

4. Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

5. Un dirigible que está volando a 800 m de altura, distingue un pueblo con un ángulo de depresión de 12° . ¿A qué distancia del pueblo se halla?

Para reforzar el tema visitar la página de contenidos para aprender

http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/resolver_tri_rectangulos_pjge/Triangulos_rectangulos1.htm

<https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/trigonometria/resolucion-de-triangulos-rectangulos/>

<https://es.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-trig/hs-geo-modeling-with-right-triangles/e/applying-right-triangles>

<https://www.docsity.com/es/70-problemas-de-triangulos-y-trigonometria/5057425/>

https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_10/M/menu_M_G10_U03_L02/index.html